

Bruno Roberto da Silva Nantes

**OTIMIZAÇÃO DE CAVA COM ÂNGULOS DE TALUDE VARIÁVEIS
APLICADA À PEQUENA MINERAÇÃO**

São Paulo

2019

Bruno Roberto da Silva Nantes

**OTIMIZAÇÃO DE CAVA COM ÂNGULOS DE TALUDE VARIÁVEIS
APLICADA À PEQUENA MINERAÇÃO**

Trabalho de Formatura em Engenharia de Minas do curso de graduação do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Giorgio Francesco Cesare de Tomi

São Paulo

2019

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho à minha família que me deu as melhores condições e todo o apoio necessário para o meu desenvolvimento pessoal e profissional que culminaram na produção desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

À empresa Geokrigagem e ao seu CEO Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto por ter dado as condições para que eu desenvolvesse o programa de otimização de cava utilizado nesse trabalho e pelo acesso ao *software* Geokrige.

Ao meu orientador pelo direcionamento e contribuições à realização do presente trabalho.

Ao NAP.Mineração pelo fornecimento do banco de dados utilizado nesse trabalho e a seus pesquisadores Erbertt Barros e Ranyere Sousa por todo o auxílio prestado durante o desenvolvimento dele.

À Micromine Pty pelo acesso ao *software* Micromine.

Resumo

Durante o desenvolvimento de um projeto de mina a céu aberto existe um momento em que é necessário saber qual será a quantidade de minério retirada da cava até o final da vida da mina, assim como a quantidade de estéril que será removida. A otimização de cava resulta nessas quantidades e no formato da cava que proporcionariam o lucro máximo para a mineração. Uma das características mais importantes de uma cava a céu aberto é o ângulo de talude. Dependendo das características geotécnicas do depósito pode ser necessária a utilização de ângulos diferentes em regiões diferentes do depósito, e isso deve ser considerado na otimização. Esse trabalho mostra como as pequenas minerações também podem obter benefícios e evitar riscos com a otimização de cava empregando ângulos variáveis concordantes com as necessidades do depósito. Diante dos diferentes métodos para a otimização de cava, foi utilizado aqui o método conhecido como *Pseudoflow*, e para a obtenção de uma cava com ângulos variáveis foi desenvolvido um algoritmo e aplicado a esse método. Os resultados obtidos mostram o impacto da utilização de um ângulo de talude mais seguro, mais apropriado às condições específicas da mina. No depósito estudado, a mudança do ângulo de 45° para 30° teve um impacto de 44% nas reservas e 23% no lucro.

Palavras-chave: pesquisa operacional. mineração a céu aberto. taludes. planejamento estratégico.

Abstract

During the developing of an open pit mine project, there is a moment when it is necessary to know the quantity of ore that will be removed until the end of the mine life, as well as the quantity of waste that will have to be removed. The open pit optimization provides these quantities and the shape of the pit that would bring the largest profit to the mining company. One of the most important factors of an open pit is the slope angle. Depending on the mineral deposit characteristics the use of different slope angles in different regions of the deposit may be necessary and it needs to be considered on the pit optimization. This paper shows how small mining companies can take advantage and minimize risks using pit optimization with varying slope angles according. There are different pit optimization methods, the Pseudoflow method was used in this research, alongside with an algorithm created to enable the use of varying slope angles. The results obtained show the impact of using a safer slope angle, more appropriate to the specific conditions of the mine. In the deposit studied, changing the slope angle from 45° to 30° has had an impact of 44% in the mineral reserves and 23% in the profit.

Keywords: operations research. open pit mining. slopes. strategic planning.

Lista de Figuras

Figura 1. Relação entre dados de exploração, recursos e reservas minerais.....	12
Figura 2. Fases de um projeto de mineração.....	17
Figura 3. Esquema de um cone flutuante para otimização de cava.....	19
Figura 4. Exemplo de cone flutuante em 2D.....	20
Figura 5. Cone flutuante com incremento positivo.....	20
Figura 6. Cone flutuante com incremento negativo.....	21
Figura 7. Grafo direcionado com os valores de cada bloco.....	23
Figura 8. Arcos entre cada bloco e a raiz.....	25
Figura 9. Arcos baseados nas regras de precedência de Lerchs e Grossmann.....	25
Figura 10. Seção horizontal de um cone com quatro ângulos diferentes.....	27
Figura 11. Seção do cone de Leste a Oeste (A-A).....	28
Figura 12. Seção do cone de Sul a Norte (B-B).....	28
Figura 13. Localização de um bloco dentro do quadrante da elipse.....	29
Figura 16. Seção do Depósito de SW a NE.....	30
Figura 17. Veios de quartzo auríferos no modelo de blocos.....	31
Figura 14. Início da criação da regra de precedência.....	34
Figura 15. Regra final de precedência.....	35
Figura 18. Representação 3D da otimização "Constante".....	39
Figura 19. Representação 3D da otimização "Variável".....	39
Figura 20. Comparação entre "Constante" e "Variável".....	40

Sumário

1	Introdução.....	9
2	Objetivos.....	11
3	Revisão Bibliográfica	12
3.1	Classificação de um Depósito Mineral	12
3.1.1	Fases de um Projeto de Mineração	13
3.2	Planejamento de Lavra	17
3.2.1	Teor de Corte.....	18
3.3	Cone Flutuante.....	19
3.4	Algoritmo de Lerchs-Grossmann.....	21
3.4.1	Lerchs-Grossmann Tridimensional	22
3.5	Algoritmo de <i>Pseudoflow</i>	23
3.5.1	Iterando o <i>Pseudoflow</i>	24
3.6	Otimização de Cava com Ângulos Variáveis.....	26
3.7	Geologia do Depósito Estudado.....	30
3.7.1	Modelo de Blocos do Depósito	30
4	Metodologia	32
4.1	Análise dos Métodos de Otimização de Cava.....	32
4.2	Desenvolvimento do Programa	33
4.2.1	Algoritmo para Ângulos Variáveis.....	33
5	Estudo de Caso	37
5.1	Parâmetros para a Otimização.....	37
5.2	Resultados da Otimização	38
5.3	Discussão dos Resultados	40
6	Conclusões	42
	Referências Bibliográficas.....	43

1 Introdução

A mineração é uma atividade muito antiga que tem por objetivo retirar matérias primas diretamente da crosta terrestre para o benefício da sociedade, isso inclui a geração de lucro.

Ela pode ser dividida em dois grandes grupos, a subterrânea que é realizada por meio da abertura de poços e galerias, capazes de tornar a matéria-prima mineral acessível e permitir a sua extração até a superfície, e a mineração a céu aberto que consiste em retirar todo o material que se encontra sobre a matéria-prima de cima para baixo, até a liberação e remoção dela, formando uma cava a céu aberto.

No caso da lavra a céu aberto a otimização de cava faz parte do planejamento da mineração e tem por objetivos obter uma cava final que proporcione o maior lucro e atenda a critérios técnicos e de segurança.

Antes do início da operação é necessário definir quais serão os limites da cava final da mina, esses limites determinam as quantidades de minério e estéril que serão extraídas. Um dos fatores importantes para o desenho da cava final é o ângulo de talude, que pode aumentar as quantidades de estéril a serem retiradas prejudicando a economicidade do projeto. Em depósitos que possuem regiões com diferentes condições de estabilidade se faz necessário o uso de ângulos de talude variáveis para conseguir minimizar a quantidade de estéril removida sem prejudicar a segurança (KHALOKAKAIE, 1999).

O investimento em softwares de otimização em grandes minerações tende a ser mais fácil de justificar devido aos grandes volumes de minério e estéril envolvidos, em comparação ao caso das pequenas minerações. Diante disso esse trabalho contempla o impacto da utilização de um software de otimização de cava com ângulos variáveis no âmbito da pequena mineração, indicando suas vantagens.

Em 2015 no Brasil existiam em torno de 8400 minerações, dentre elas 2815 (33,5%) eram pequenas (produção menor que 100 mil toneladas por ano) e 4116 (48,9%) micro (produção menor que 10 mil toneladas por ano) (IBRAM, 2015). Esse trabalho utiliza dados de um depósito de uma pequena mineração para demonstrar a importância da otimização de cava com ângulos variáveis mesmo em depósitos considerados pequenos.

2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é avaliar os impactos da utilização da otimização de cava com ângulos variáveis através de métodos computacionais para a pequena mineração, comparando com o uso de um ângulo constante.

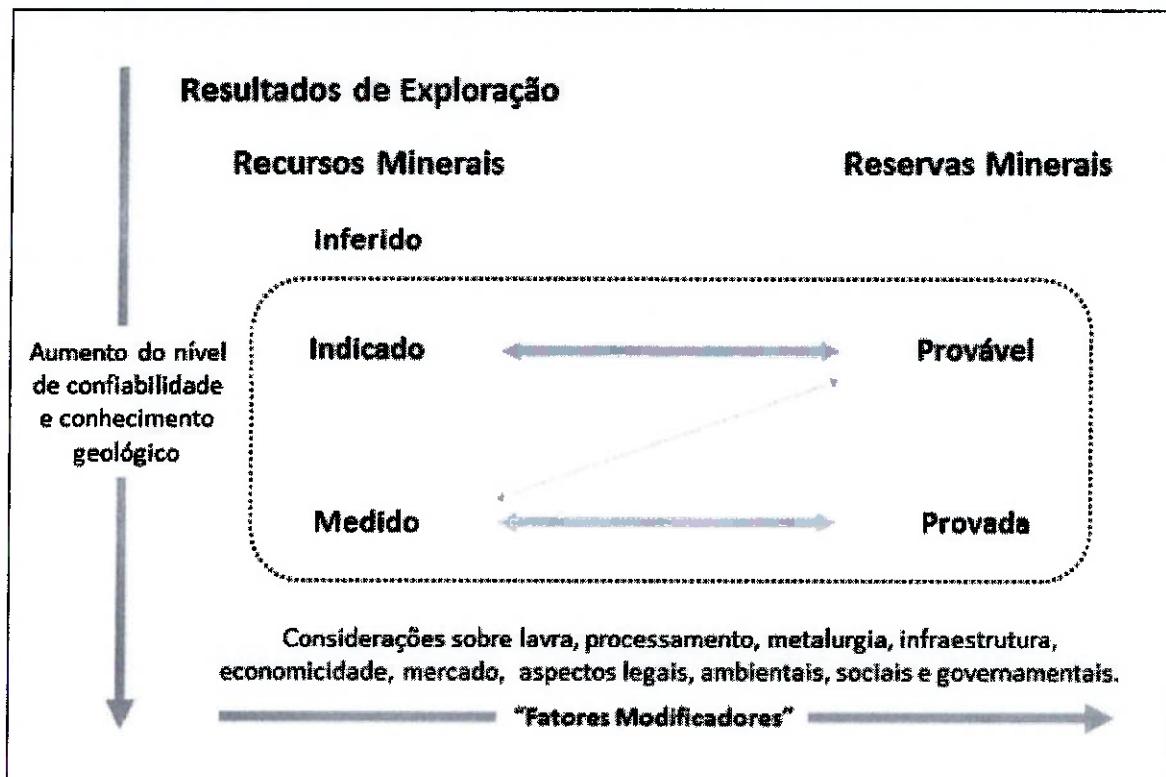
3 Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica abordará os processos de desenvolvimento de um projeto de mineração e planejamento de lavra, que necessitam da otimização de cava para atingirem seus objetivos, e os métodos de otimização existentes.

3.1 Classificação de um Depósito Mineral

Antes da existência da cava para extração, são necessárias etapas de exploração e pesquisa mineral que determinem e quantifiquem os recursos minerais existentes no local onde será instalada a mina. Como pode ser visto na Figura 1, existem algumas classificações pelas quais o depósito deve passar até a instalação da mina.

Figura 1. Relação entre dados de exploração, recursos e reservas minerais.



Fonte: CBRR, 2016.

A partir dos resultados da pesquisa mineral é possível definir a quantidade de recursos minerais inferidos, indicados e medidos, com aumento gradual do conhecimento

geológico sobre o depósito. Observa-se na Figura 1 que a aplicação de fatores modificadores nos recursos minerais indicados e medidos permite classificá-los como reservas minerais ou não. Os fatores modificadores de mineração e economia levam em consideração o planejamento de lavra para garantir a viabilidade técnica e econômica do projeto (CBRR, 2016).

3.1.1 Fases de um Projeto de Mineração

Um projeto de mineração para ter sucesso deve ser dividido em fases, cada uma com seu nível de detalhamento e objetivo bem definidos. Para determinar a viabilidade de um projeto, o próprio estudo de viabilidade deve ser dividido em fases. As primeiras etapas devem abranger muitas possibilidades diferentes de execução do projeto, e conforme o projeto amadurece os estudos se tornam mais específicos (NOORT; ADAMS, 2006).

Segundo Noort e Adams (2006) e Mackenzie e Cusworth (2007) as fases de um projeto são as seguintes:

- Estudo Exploratório;
- Estudo de Pré-Viabilidade;
- Estudo de Viabilidade;
- Implementação e Comissionamento;
- Operação;
- Fechamento e Recuperação.

3.1.1.1 Estudo Exploratório

Noort e Adams (2006) afirmam que essa fase consiste em analisar muitas alternativas diferentes, primeiro para demonstrar a existência de uma boa oportunidade que justifique o investimento em estudos mais avançados, e segundo para eliminar alternativas com menor atratividade.

A ausência de dados obriga a realização de estimativas de custos e escala de produção baseando-se em outros empreendimentos em operação e experiência própria. Não é necessário classificar os recursos numa das categorias definidas pelo Guia da CBRR (CBRR, 2016) nessa fase, mas devem ser reportados de acordo com as recomendações dele. Nessa fase do projeto não é possível concluir sobre a existência e características de uma reserva mineral (NOORT; ADAMS, 2006).

Antes do avanço para o estudo de pré-viabilidade deve ser realizada uma exploração geológica adicional, em conjunto com análises de processos para recuperação do mineral de interesse (NOORT; ADAMS, 2006). O estudo exploratório deve levantar as alternativas para a execução do projeto e se é indicado continuar investindo nos estudos de viabilidade do projeto (MACKENZIE; CUSWORTH, 2007).

3.1.1.2 Estudo de Pré-Viabilidade

Esse estudo tem por objetivo escolher as melhores alternativas levantadas pelo estudo exploratório, de forma que apenas uma ou duas alternativas tenham justificativas suficientes para serem analisadas durante um estudo de viabilidade definitivo (NOORT; ADAMS, 2006).

Segundo Noort e Adams (2006), os dados geológicos obtidos anteriormente devem ser suficientes para que sejam realizados testes e análises a fim de gerar estimativas realistas de parâmetros econômicos e técnicos de cada alternativa, assim como riscos e impactos associados.

No caso dos estudos de pré-viabilidade indicarem resultados positivos para as alternativas selecionadas é possível declarar as reservas minerais segundo o Guia CBRR (CBRR, 2016; NOORT; ADAMS, 2006).

O estudo de pré-viabilidade deve definir uma alternativa como sendo a ótima que será detalhada em estudos posteriores (MACKENZIE; CUSWORTH, 2007).

3.1.1.3 Estudo de Viabilidade

Para a viabilidade do projeto ser atestada é necessário detalhar a melhor opção obtida após o estudo de pré-viabilidade. Nessa fase são realizados estudos geotécnicos da mina, das pilhas de estéril e instalações de tratamento de rejeitos, além de detalhar os processos de tratamento do minério e manejo de rejeitos. O estudo de viabilidade deve dar condições de uma tomada de decisão referente a evolução do projeto para a próxima fase, o projeto e a construção, ou se existe a necessidade de serem realizados estudos mais detalhados para diminuir as incertezas do projeto e garantir a viabilidade dele (NOORT; ADAMS, 2006).

O estudo de viabilidade deve contabilizar todos os riscos envolvidos no projeto e também os benefícios esperados (MACKENZIE; CUSWORTH, 2007). Deve conter o projeto da mina, o planejamento da produção, fluxogramas e diagramas de processo, recuperações do mineral de interesse, projeto de usina de beneficiamento, planos de gestão e o modelo econômico do empreendimento. Porém cerca de 50% da engenharia do projeto deve ser realizada na fase seguinte (NOORT; ADAMS, 2006).

3.1.1.4 Implementação e Comissionamento

A alternativa definida e detalhada no estudo de viabilidade deve ter sua engenharia finalizada nessa fase, seguida pela construção do projeto total. É indispensável a presença de um gestor comprometido em garantir a execução do projeto dentro do cronograma, do orçamento e com as especificações definidas anteriormente (NOORT; ADAMS, 2006).

3.1.1.5 Operação

Após a construção do projeto a operação deve atingir as expectativas de produção estabelecidas nas etapas anteriores, além de realizar pequenos avanços a medida que se obtém maior experiência, aumentando assim o valor do projeto (NOORT; ADAMS, 2006).

3.1.1.6 Fechamento e Recuperação

Após a exaustão das reservas minerais ou decisão de interrupção prematura definitiva da operação deve ser dado um novo uso a área ocupada pela mineração, essa atividade é conhecida como recuperação de áreas degradadas (RAD).

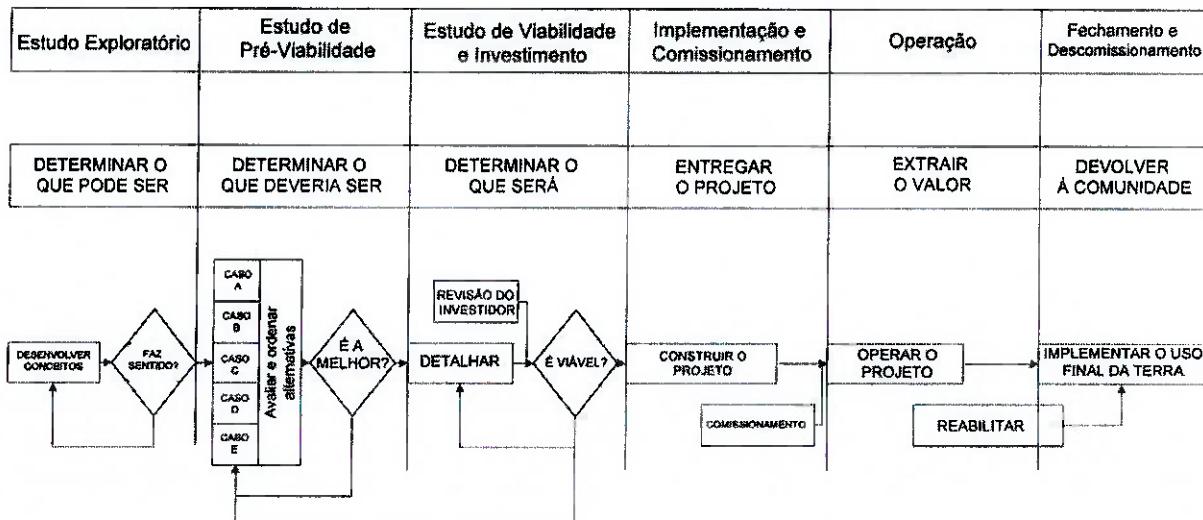
Segundo Neri e Sánchez (2012): "... a recuperação de áreas degradadas deve ser planejada de forma compatível e coordenada com as demais atividades realizadas durante as sucessivas fases da vida de uma mina."

Apesar do fechamento da mina estar previsto apenas para muitos anos após a sua abertura, o seu plano de RAD deve ser realizado concomitantemente ao planejamento das outras atividades, garantindo a viabilidade de recuperação da área após o fim da operação (NERI; SÁNCHEZ, 2012).

3.1.1.7 Visão Geral

O esquema da Figura 2 de Mackenzie e Cusworth (2007) ilustra as fases de desenvolvimento de um projeto de mineração, como elas se sucedem, assim como a iteratividade de alguns processos.

Figura 2. Fases de um projeto de mineração.



Fonte: Mackenzie e Cusworth, 2007.

3.2 Planejamento de Lavra

O desenvolvimento de uma mina para a extração de minério de forma econômica (obtendo lucro) é uma tarefa complicada e que exige o entendimento de alguns conceitos e a realização de algumas atividades de forma ordenada. Apesar de muitos conceitos apresentados nesse trabalho poderem ser aplicados à lavra subterrânea, o foco é no planejamento de minas com cava a céu aberto.

Existem diferentes planejamentos que compõe o planejamento de lavra, eles possuem objetivos diferentes e compreendem um horizonte de tempo da vida da mina diferente, são descritos a seguir segundo Henderson e Turek (2013):

- Planejamento Estratégico

Ele determina os objetivos de lucros, fluxo de caixa e retornos de investimento, ele considera diferentes alternativas para a operação da mina e seu horizonte de tempo compreende toda a vida da mina.

- Planejamento de Longo-Prazo

Ele possui maior nível de detalhe que o plano estratégico e seu horizonte de tempo é menor que a vida da mina, estabelece metas de produção em um longo-prazo.

- **Planejamento de Curto-Prazo**

Ainda mais detalhado do que o de longo-prazo, com menor prazo tende a ser mais preciso, buscando manter a produção estável.

- **Planejamento Operacional**

O planejamento operacional pode ser tão curto quanto necessário para lidar com o dia a dia da mina, é responsável por manter a qualidade do minério extraído e alimentado à usina de beneficiamento resolvendo imprevistos e variações nas características do minério de diferentes frentes de lavra.

3.2.1 Teor de Corte

O teor de corte é um parâmetro que diferencia o minério do estéril em uma mineração, ele é um importante fator que influencia diretamente os lucros da operação.

O conceito de minério pode ser definido como: "um agregado natural de um ou mais minerais sólidos que podem ser minerados, ou de onde um ou mais produtos minerais podem ser extraído gerando lucro" (BANFIELD e HARVARD, 1975). A parte mais importante da definição de minério é o fato que sua extração deve gerar lucro, ou seja, as receitas geradas da venda dos produtos obtidos dele devem superar todos os custos envolvidos, extração, processamento, transporte etc.

Em oposição ao minério, o estéril é o material cujo a extração, processamento e venda não são viáveis economicamente, não geram lucro. A distinção entre minério e estéril se dá claramente pelo teor de corte, o material com teor do mineral de interesse menor do que o teor de corte é considerado estéril, isso significa que sua extração gerará mais custos que receitas e que ele só deve ser extraído durante a lavra para permitir a extração de minério. Ou seja, quando o teor do mineral de interesse de uma rocha está abaixo do teor de corte ele é tratado como estéril, sendo deixado na jazida ou sendo depositado em pilhas de estéril, e quando o teor está acima do teor de corte ele é processado e deverá gerar lucro para a mineração (LANE, 1964).

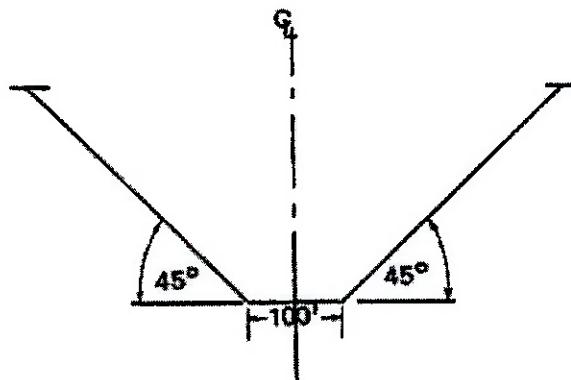
3.3 Cone Flutuante

O método do cone flutuante é um dos métodos de otimização de cava, ele é um método computacional que busca a obtenção de uma cava maximizando o lucro, porém não existem garantias que ele forneça o resultado ótimo.

Para a utilização do cone flutuante é necessária a existência de um modelo de blocos econômico do depósito mineral, que é obtido contabilizando o valor monetário dos blocos do modelo, considerando o valor contido nos blocos minério e os custos de extração deles e dos blocos de estéril (HISTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2006).

O cone flutuante é uma superfície em formato de cone ou tronco de cone que simula o formato de uma cava, a inclinação da face do cone com a horizontal é igual ao ângulo de talude que se deseja obter no desenho de cava final. Uma representação do cone flutuante pode ser vista na Figura 3, o ângulo de talude em questão é igual a 45º (HISTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2006).

Figura 3. Esquema de um cone flutuante para otimização de cava.



Fonte: HISTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2006.

O método se inicia com um cone de valor líquido positivo com sua base posicionada na base de um bloco de minério, na Figura 4 vemos um exemplo de cone flutuante em um modelo de duas dimensões com o valor de cada bloco, o valor líquido do cone

é positivo e igual a 45. Em seguida o cone é movido em uma direção e o valor líquido dos blocos que passam a fazer parte do cone é calculado, enquanto o valor total dos blocos adicionais for positivo o cone continua se movimentando. A Figura 5 representa o movimento do cone flutuante que adiciona um valor positivo, igual a um, ao valor total da cava. Quando não existe uma alternativa para movimentação do cone que gere um aumento no valor total o método se encerra. Na Figura 6 está exemplificado um movimento do cone que não proporciona um incremento positivo, a soma dos valores dos blocos adicionados é negativa igual a dois, indicando prejuízo e o fim da iteração do método pois não é possível aumentar o valor total da cava. Os blocos agregados durante o processo formam a melhor cava possível de se obter por esse método (HISTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2006).

Figura 4. Exemplo de cone flutuante em 2D.

-5	2	4	3	-5	-5	-5	-5	-5
-5	-5	7	6	7	-5	-5	-5	-5
-5	-5	-5	9	11	8	-5	-5	-5
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5

Fonte: Elaboração própria.

Figura 5. Cone flutuante com incremento positivo.

-5	2	4	3	-5	-5	-5	-5	-5
-5	-5	7	6	7	-5	-5	-5	-5
-5	-5	-5	9	11	8	-5	-5	-5
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5

Fonte: Elaboração própria.

Figura 6. Cone flutuante com incremento negativo.

-5	2	4	3	-5	-5	-5	-5	-5
-5	-5	7	6	7	-5	-5	-5	-5
-5	-5	-5	9	11	8	-5	-5	-5
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5

Fonte: Elaboração própria.

3.4 Algoritmo de Lerchs-Grossmann

O algoritmo de otimização de cava idealizado por Lerchs e Grossmann (1965) tem o objetivo de desenhar o contorno da cava que permite a obtenção do lucro máximo. O método quantifica o valor total do minério a ser extraído e os custos totais de extração. As únicas restrições utilizadas pelo método são geométricas: os ângulos de talude não devem ultrapassar valores definidos por estudos geotécnicos. No caso do método de Lerchs e Grossmann (1965) o ângulo de talude adotado é definido pelas dimensões dos blocos no modelo de blocos e a regra de precedência.

Lerchs e Grossmann (1965) descreveram dois métodos análogos de otimização de cava, um bidimensional que trata seções verticais individualmente, e um método tridimensional, que será abordado nesse trabalho.

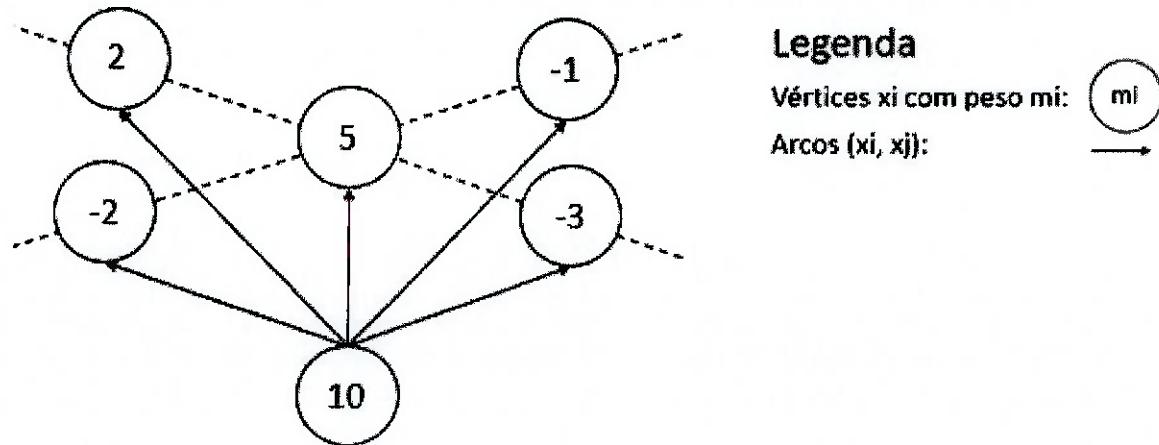
3.4.1 Lerchs-Grossmann Tridimensional

O algoritmo tridimensional utiliza grafos para obter a cava ótima. O depósito mineral é dividido em elementos V_i definidos por uma grade tridimensional regular, que representam os blocos de um modelo de blocos. Para cada elemento é associado um peso(m_i), que equivale ao valor do bloco que ele representa. Como visto na equação 1, o peso é calculado pela receita obtida com a venda do minério contido no bloco (v_i) subtraindo-se os custos da sua extração e beneficiamento (c_i) (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

$$m_i = v_i - c_i \quad (1)$$

Cada elemento V_i é representado por um vértice x_i do grafo e são criados arcos (x_i, x_j) entre elementos V_i e V_j adjacentes e quando a extração do elemento V_i só pode ser realizada após a extração do elemento V_j . Com os vértices e arcos criados é obtido um grafo tridimensional $G = (X, A)$, X representando o conjunto de vértices e A o conjunto de arcos. As cavas possíveis são representadas por um fecho de G , um conjunto de vértices Y , de modo que para cada vértice x_i pertencente a Y , se existe um arco (x_i, x_j) , o vértice x_j também deve pertencer a Y (LERCHS; GROSSMANN, 1965). A Figura 7 exemplifica o grafo direcionado descrito, esse padrão é chamado de regra de precedência e se estende por todo o modelo de blocos, as setas (arcos) apontam para os blocos que devem ser retirados previamente ao seu bloco de origem.

Figura 7. Grafo direcionado com os valores de cada bloco.



Fonte: Elaboração própria.

A soma dos pesos de todos os vértices de Y (M_Y) corresponde ao lucro obtido pela cava que o fecho representa, para determinar a cava ótima é necessário obter Y tal que M_Y é máximo (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

O algoritmo inicia sua iteração com a construção de uma árvore T_0 em G que sofre transformações até que não seja possível modificá-la. O fecho máximo de G é dado pelos vértices da árvore final, que por sua vez representam os blocos incluídos no contorno da cava ótima (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

3.5 Algoritmo de *Pseudoflow*

O algoritmo batizado de *Pseudoflow* (pseudo-fluxo) descrito por Hochbaum (2008) trata-se de um algoritmo pensado para resolver um problema de fluxo máximo em uma rede de fluxo. Esse algoritmo pode ser utilizado para solução da maximização do fecho do grafo direcionado para otimização de cava descrito por Lerchs e Grossmann (1965).

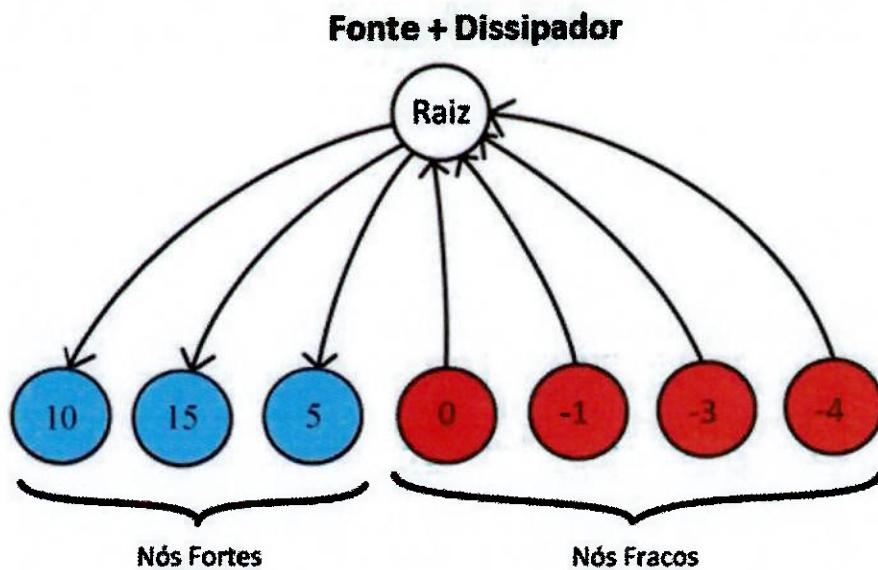
O método transforma o grafo direcionado do problema proposto por Lerchs e Grossmann (1965) em uma rede de pseudo-fluxo, adicionando dois nós (vértices) especiais, chamados de “fonte” (s) e “dissipador” (t), e criando capacidades para passagem de fluxo nos arcos entre os nós. Uma das características de uma rede de pseudo-fluxo é não utilizar o princípio da conservação de fluxo em cada nó, ou seja, em um nó pode entrar mais fluxo do que sai, gerando um “excesso” nele, ou gerando um “déficit” caso ocorra o contrário. A função do nó fonte é gerar os fluxos que percorrem os arcos e a do dissipador é receber os fluxos (HOCHBAUM, 2008).

3.5.1 Iterando o *Pseudoflow*

A iteração do algoritmo começa pela criação de uma árvore normalizada, que é o grafo direcionado descrito por Lerchs e Grossmann (1965) com a adição da fonte e do dissipador. Na árvore normalizada os nós que representam blocos de minério (possuem valor econômico positivo) estão diretamente ligados através de arcos à fonte e recebem fluxo igual ao seu valor, gerando um excesso igual a ele. Analogamente os nós de blocos de estéril (possuem valor negativo ou igual a zero) estão diretamente ligados ao dissipador por arcos, e fluxos são emitidos através desses arcos gerando déficits nos nós, iguais aos módulos dos valores deles (HOCHBAUM, 2008).

Os arcos ligados a fonte têm capacidade igual ao valor dos respectivos blocos de minério e os arcos ligados ao dissipador possuem capacidade igual ao módulo do valor dos respectivos blocos de estéril. A Figura 8 ilustra as ligações entre os nós, a fonte e o dissipador, os dois últimos podem ser representados pelo mesmo nó chamado raiz, os nós de valores positivos podem ser chamados de fortes e os negativos de fracos (HOCHBAUM, 2008).

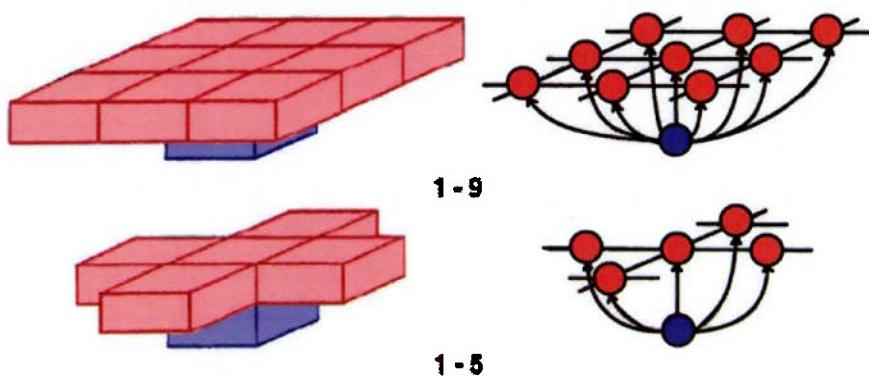
Figura 8. Arcos entre cada bloco e a raiz.



Fonte: Elaboração própria.

Além dos nós estarem ligados a fonte ou dissipador, eles também estão ligados entre si, seguindo uma regra de precedência que influencia o ângulo de talude final da cava obtida, assim como descrito por Lerchs e Grossmann (1965). As capacidades desses arcos são iguais ao valor absoluto do bloco do nó de origem. A Figura 9 mostra dois padrões que podem ser adotados, os blocos em vermelho devem ser removidos antes do bloco azul de cada caso (HOCHBAUM, 2008).

Figura 9. Arcos baseados nas regras de precedência de Lerchs e Grossmann.



Fonte: Adaptado de HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2006.

Após a construção da árvore normalizada, a iteração consiste em procurar arcos que liguem nós fortes a nós fracos e fazer fluir o excesso do nó forte pelo arco de forma a tentar anular o déficit do nó fraco (HOCHBAUM, 2008):

Caso o excesso do nó forte seja maior que o déficit do nó fraco, o nó fraco passa a ser considerado forte, contendo como excesso a diferença dos dois valores. Caso o excesso seja menor que o déficit, o nó forte se torna fraco, com déficit igual a diferença entre os dois valores. Quando a capacidade do arco não for tão grande quanto o excesso, apenas o fluxo capaz de passar flui, o restante fica no nó de origem e após essa operação o arco é removido (HOCHBAUM, 2008).

A iteração termina quando já não existe nenhum nó forte com um arco apontando para um nó fraco. A cava ótima é o conjunto dos nós fortes, e o lucro esperado da extração do minério contido nela é a soma dos excessos restantes, ou seja, a soma dos valores econômicos de todos os blocos contidos no conjunto (HOCHBAUM, 2008).

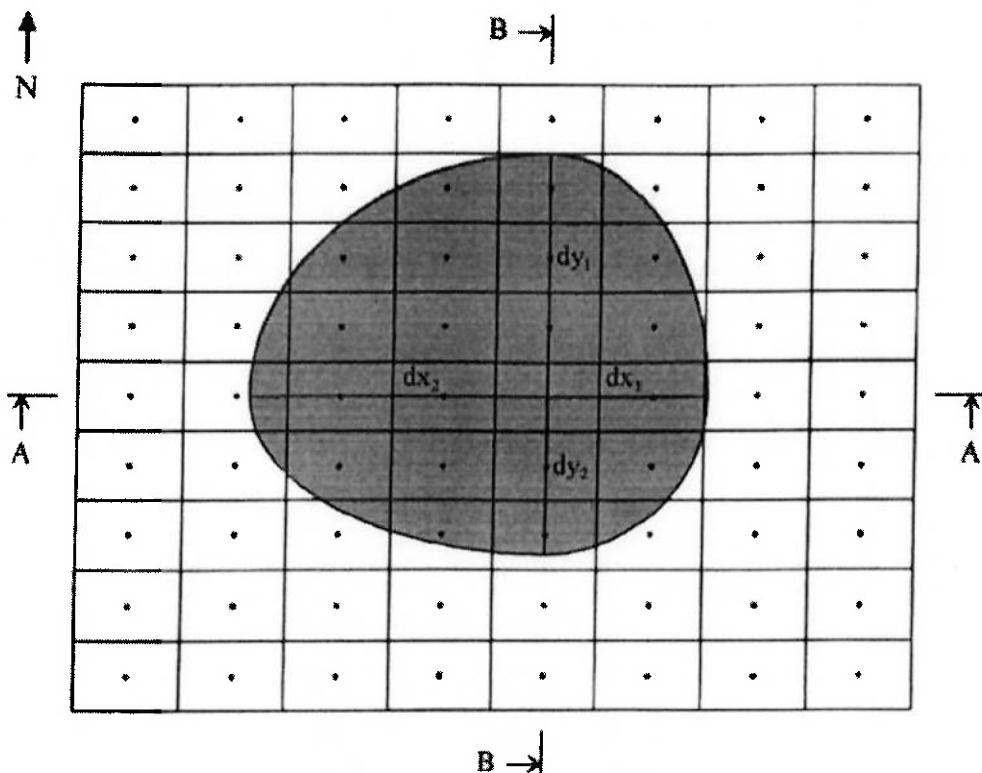
3.6 Otimização de Cava com Ângulos Variáveis

Um método para realizar a otimização de cava com ângulos variáveis foi descrito por Khalokakakae (1999). O método faz uso de cones, de forma similar ao método do cone flutuante, mas com a possibilidade de definir ângulos diferentes em quatro direções principais. O ângulo da face do cone com a horizontal representa o ângulo de talude e o cone em questão pode possuir até quatro ângulos de talude diferentes, por exemplo: um para a face norte, para a face sul, para a face leste e outro para oeste (KHALOKAKAIE, 1999).

Observando a seção horizontal de um cone com quatro ângulos diferentes, nas direções principais, é possível notar que a figura é composta por quatro quadrantes de elipses diferentes, como pode ser visto na Figura 10. Os semieixos dos quadrantes

das elipses são obtidos por equações trigonométricas, os ângulos de talude e as dimensões dos blocos (KHALOKAKAIE, 1999).

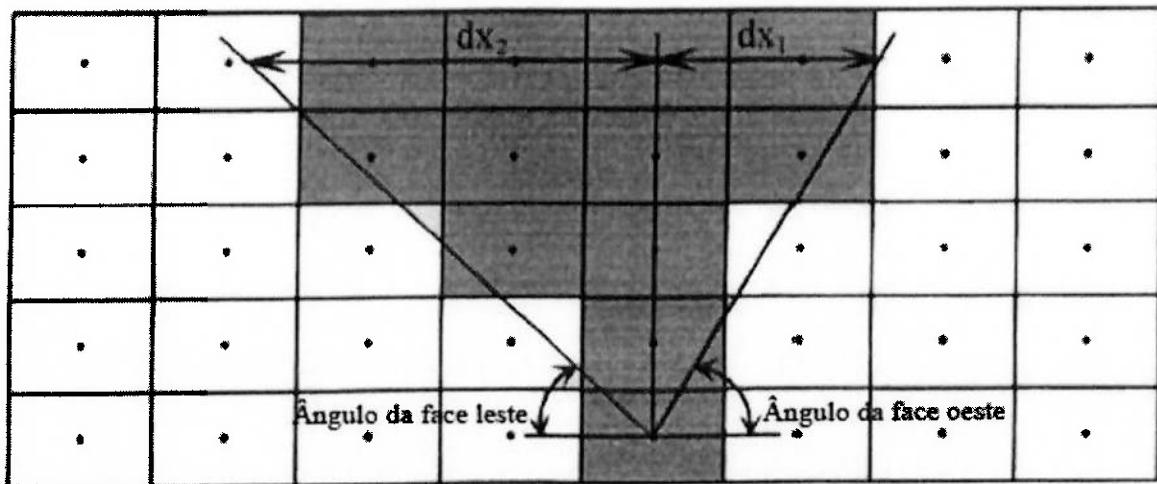
Figura 10. Seção horizontal de um cone com quatro ângulos diferentes.



Fonte: KHALOKAKAIE, 1999.

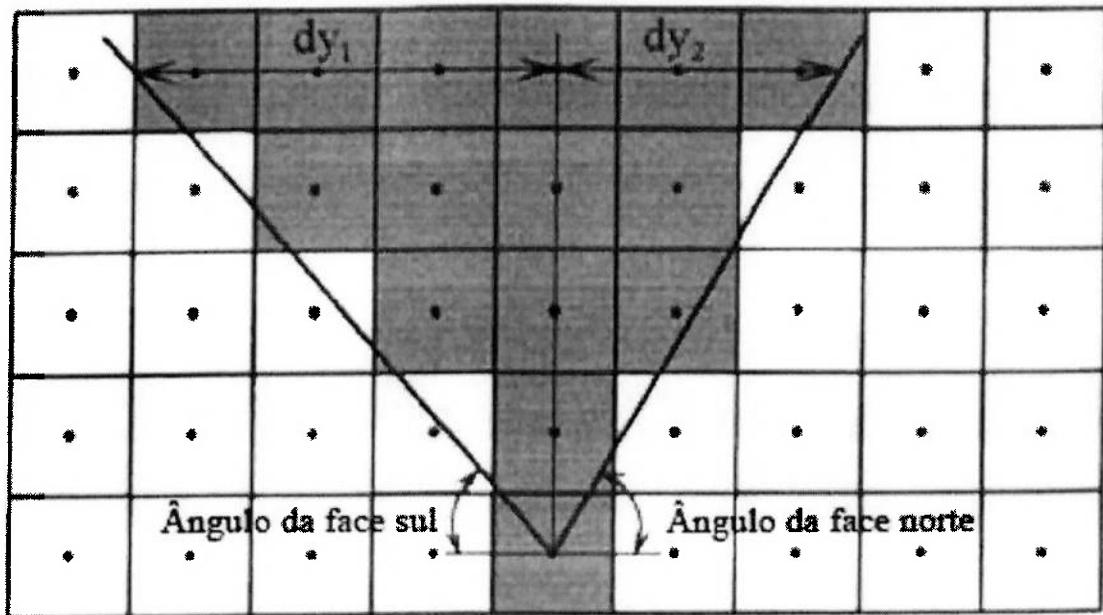
Nas Figuras 11 e 12 encontram-se seções transversais do cone sobre o modelo de blocos, o mesmo da Figura 10. Nessas seções fica mais claro a presença de ângulos de taludes diferentes em cada direção principal.

Figura 11. Seção do cone de Leste a Oeste (A-A).



Fonte: KHALOKAKAIE, 1999.

Figura 12. Seção do cone de Sul a Norte (B-B).

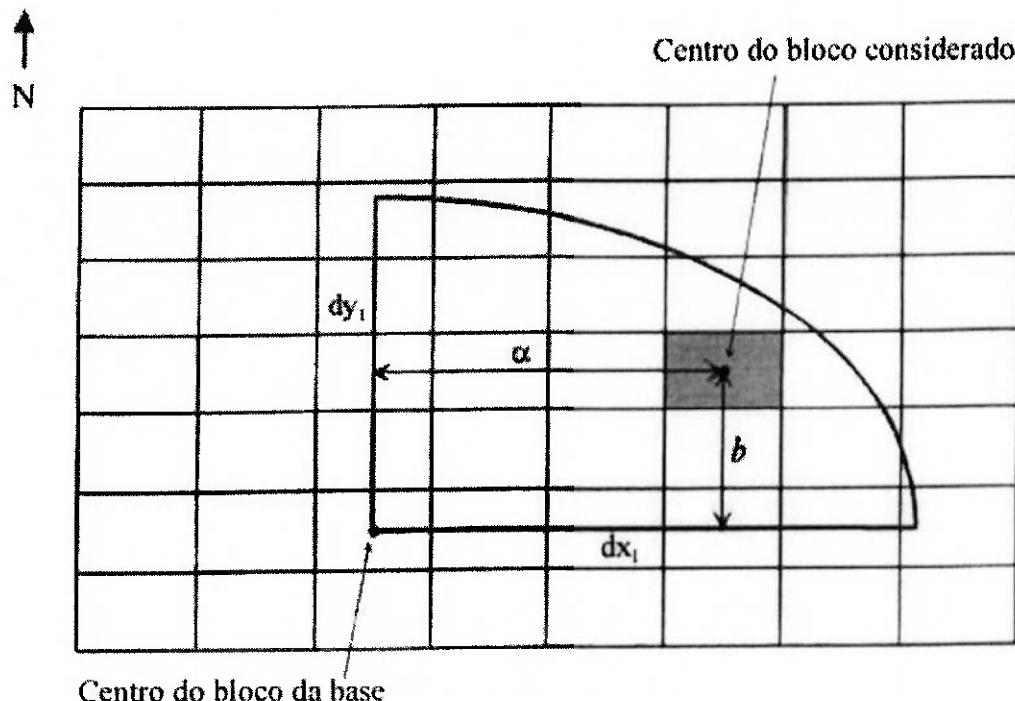


Fonte: KHALOKAKAIE, 1999.

Quando o centro de um bloco se encontra dentro de um dos quadrantes da elipse na seção do cone no seu nível, como visto na Figura 13, significa que ele pertence ao cone e que deve ser extraído anteriormente na lavra em relação ao bloco na base do

cone. Os cones são analisados para cada bloco de minério, e os blocos contidos nele correspondem aos blocos das regras de precedência do algoritmo de Lerchs-Grossmann (KHALOKAKAIE, 1999).

Figura 13. Localização de um bloco dentro do quadrante da elipse.

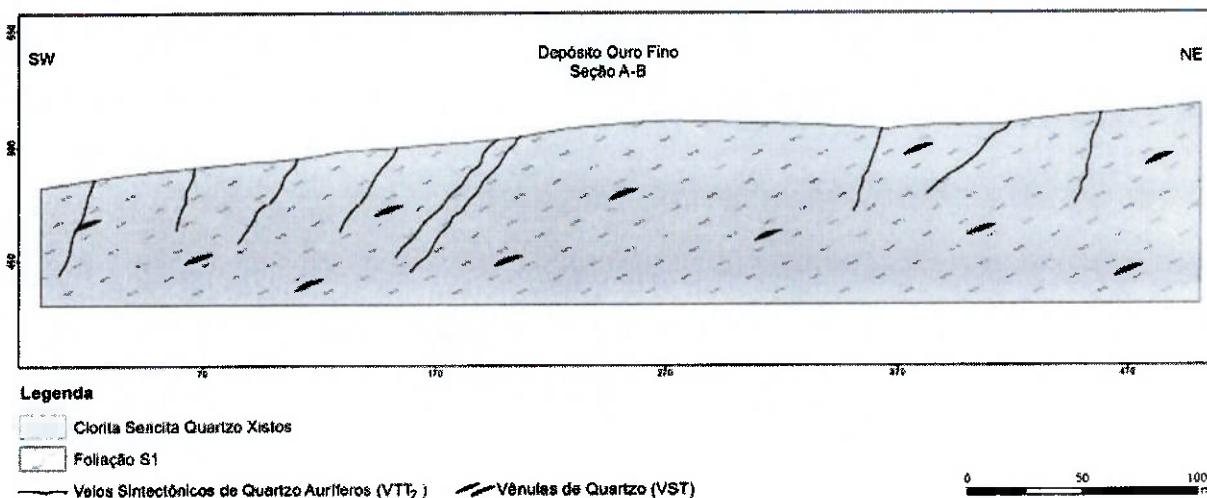


Fonte: KHALOKAKAIE, 1999.

3.7 Geologia do Depósito Estudado

Os dados utilizados nesse estudo de caso são de um depósito aurífero pertencente ao Grupo Serra da Mesa em Goiás, Brasil. O ouro está presente em veios de quartzo com direção média de N40W com mergulhos de alto a médio para o quadrante SW. Uma importante característica do depósito é que ele apresenta um acamamento, coincidente com uma foliação, com direção NW e possuem mergulhos rasos (27°) para SW (LOBO, 2017). Na Figura 16 há uma seção de SW a NE que ilustra as posições relativas entre os veios de quartzo mineralizados e a foliação.

Figura 14. Seção do Depósito de SW a NE.



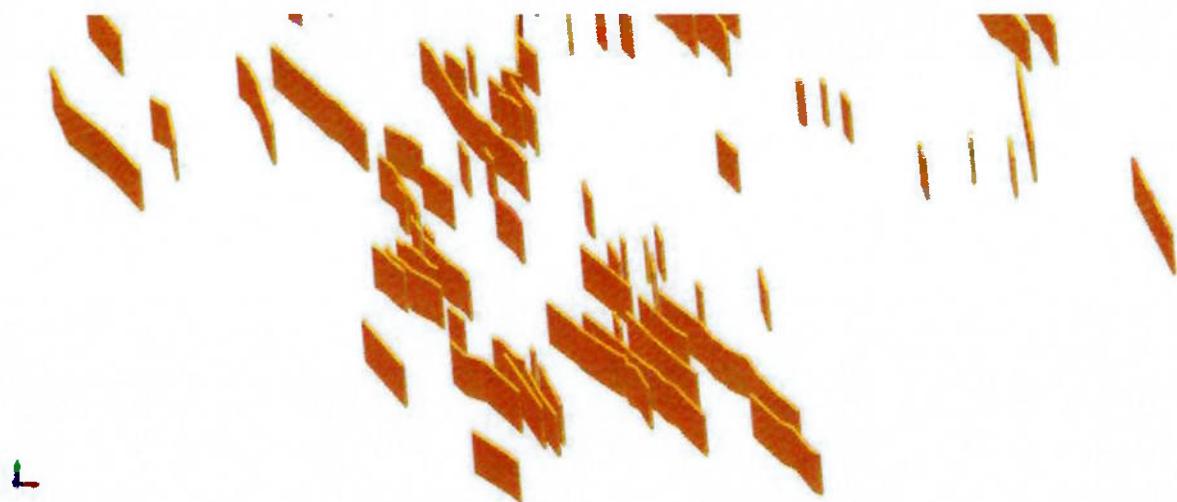
Fonte: LOBO, 2017.

3.7.1 Modelo de Blocos do Depósito

Os veios de quartzo foram definidos no modelo de blocos com sua composição central sendo de minério de ouro sulfetado e na zona de contato com a encaixante minério de ouro oxidado. O minério sulfetado possui teor médio de 2,5 g/t e o oxidado de 1,0 g/t. Foi utilizada também a topografia local para impedir que blocos acima da topografia fossem considerados como rocha. Na Figura 17 é possível visualizar uma representação tridimensional dos veios de quartzo no modelo de blocos¹.

¹ Modelo de blocos fornecido pelo NAP.Mineração.

Figura 15. Veios de quartzo auríferos no modelo de blocos.



Fonte: Elaboração própria, no programa Micromine.

4 Metodologia

A metodologia utilizada baseou-se na pesquisa dos métodos de otimização, seleção de um método para implementação, e para permitir a utilização de ângulos variáveis foi criado um algoritmo capaz de criar uma regra de precedência específica para uso com determinados parâmetros. Com o programa desenvolvido foi realizado um estudo de caso com dados de um depósito real para mensurar o impacto da mudança de ângulo de talude em uma direção.

4.1 Análise dos Métodos de Otimização de Cava

Entre os métodos de otimização foi necessário a escolha de um, considerando as vantagens e desvantagens de cada. O método mais simples de ser implementado seria o do Cone Flutuante, e não seria muito custoso em termos de recursos computacionais, porém ele é um método que não possui prova matemática de que seu resultado seja ótimo, e isso o deixa em grande desvantagem em relação aos outros métodos aqui descritos. Os métodos de Lerchs e Grossmann e *Pseudoflow* geram resultados iguais para os mesmos parâmetros, e esses resultados são provados matematicamente para gerar o lucro máximo de uma cava. Apesar do resultado idêntico, o *Pseudoflow* utiliza uma abordagem de fluxo que garante uma diminuição de operações necessárias e portanto quantidade de processamento, é um método mais rápido computacionalmente (HOCHBAUM, 2008).

Existe uma desvantagem em comum entre esses métodos de otimização, eles não consideram o tempo e a ordem de extração do minério e estéril. Uma das simplificações desse tipo de otimização é assumir que todo o material é removido no mesmo momento, sem considerar o tempo necessário para removê-lo ao longo da vida da mina e como isso afeta o fluxo de caixa e consequentemente o valor presente líquido. Existem estudos para otimizar a mina de forma global, considerando não só a cava, como a ordem de extração e como os processos de beneficiamento serão

alimentados minimizando o efeito da variação geológica natural (GOODFELLOW; DIMITRAKOPoulos, 2016).

Para que a otimização seja mais representativa da realidade de uma mina é necessária a adoção de ângulos de talude variáveis, pois é comum existir grande variabilidade de condições de estabilidade dentro de um único depósito. A utilização de ângulos variáveis foi possibilitada pela criação de um algoritmo para geração de uma regra de precedência específica para os ângulos de talude e dimensões do bloco escolhidos. Essa regra específica removeu a dependência da mudança do ângulo do talude pela escolha da dimensão vertical do bloco (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

4.2 Desenvolvimento do Programa

Foi desenvolvido um programa utilizando Delphi 10.2² para a realização da otimização de cava com ângulos variáveis. O algoritmo *Pseudoflow* foi implementado no programa para a realização da otimização de cava, e para possibilitar a utilização de ângulos variáveis foi criado um algoritmo específico para essa finalidade.

4.2.1 Algoritmo para Ângulos Variáveis

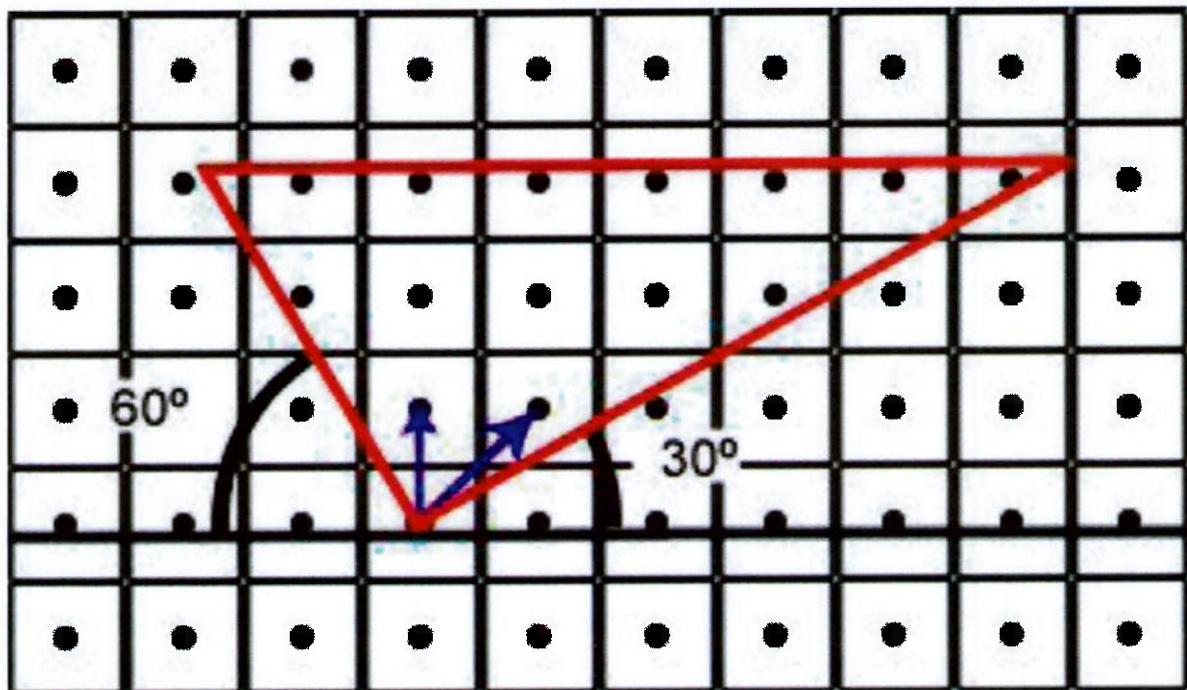
A partir do algoritmo de ângulos variáveis para otimização de cava descrito por Khalokakaie (1999), foi criado um algoritmo para que o método *Pseudoflow* pudesse ser utilizado na mesma situação. O algoritmo consiste em criar uma regra de precedência específica para cada conjunto de parâmetros geométricos de otimização, compreendendo as três dimensões do bloco e até quatro ângulos de talude diferentes. Essa regra de precedência específica substitui a regra simples e constante definida primeiro por Lerchs e Grossmann (1965), que exige que o bloco só seja retirado depois que os cinco blocos acima dele mais próximos forem retirados.

² Compilador, IDE e linguagem de programação produzido pela Embarcadero Technologies.

A regra de precedência específica é gerada criando um cone a partir dos ângulos de talude escolhidos, e com uma altura definida pelo número de bancadas que essa regra de precedência deve considerar, quanto maior a altura desse cone mais preciso serão os ângulos de talude obtidos na cava ótima. O cone criado tem sua origem posicionada no centro de um bloco em um modelo tridimensional de blocos de tamanho regular. Após o posicionamento do cone é observado quais blocos acima do bloco inicial se encontram dentro desse cone.

A regra é criada de forma iterativa, começa usando apenas a bancada imediatamente acima do bloco inicial, adicionando as posições relativas de cada bloco à regra. Na Figura 14 é possível ver o primeiro passo na criação de uma regra de precedência com dois ângulos de talude em direções diferentes, 60° e 30° , é uma simplificação em duas dimensões para facilitar a explicação.

Figura 16. Início da criação da regra de precedência.

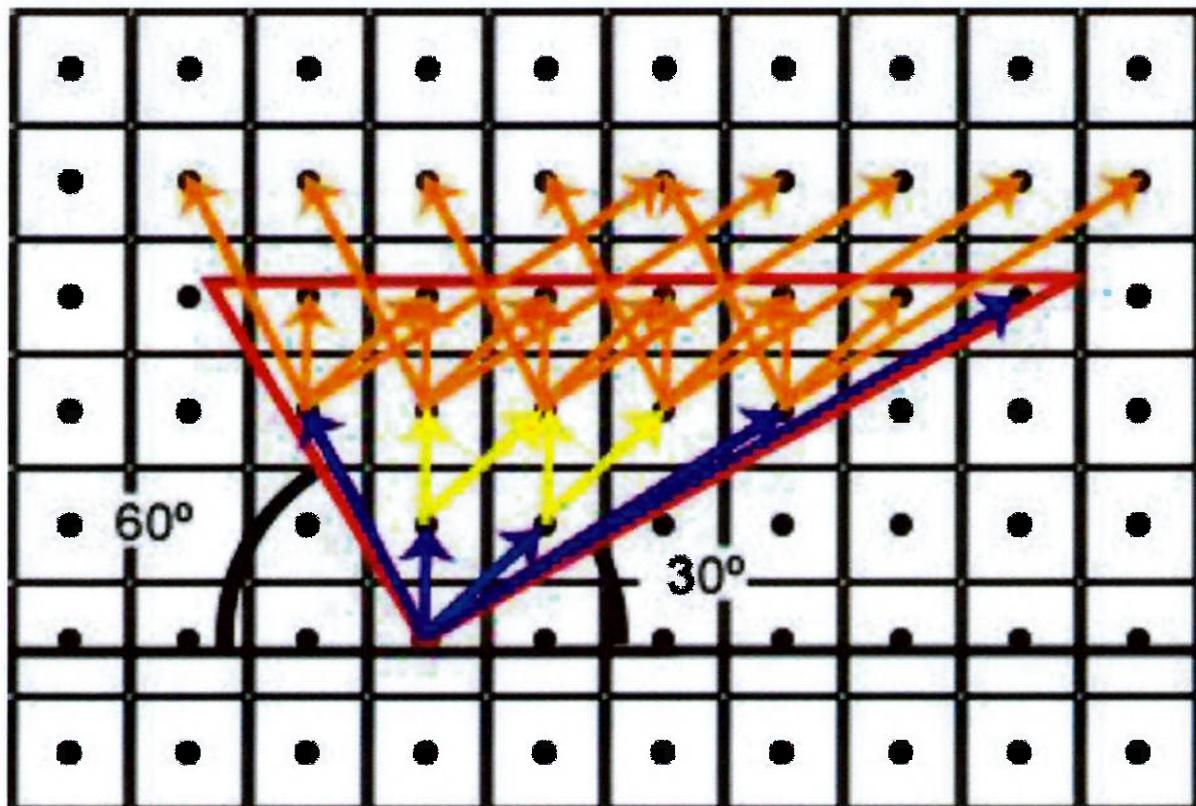


Fonte: Elaboração própria.

Depois disso a segunda bancada acima é observada, e a regra gerada inicialmente é aplicada aos blocos selecionados na primeira fase. Os blocos que pertencerem ao cone nessa altura e não forem removidos pela regra anterior tem suas posições relativas adicionadas a regra.

O método é iterado de bancada em bancada até atingir a altura definida para o cone, a regra final contém as posições relativas ao primeiro bloco dos blocos que devem ser retirados antes dele, e que não fazem parte da regra de precedência de outros blocos interiores ao cone. Na Figura 15 podemos ver a regra inicial em amarelo (considera apenas uma bancada), a regra em laranja que é criada após a inicial considerando duas bancadas e em azul a regra final utilizando um cone de altura equivalente a três bancadas.

Figura 17. Regra final de precedência.



Fonte: Elaboração própria.

Após a definição da regra de precedência é possível realizar a otimização de cava, e no caso do algoritmo *Pseudoflow* as regras são traduzidas em arcos entre os blocos que indicam a sua ordem de retirada e como os fluxos serão movimentados durante a iteração do método de otimização.

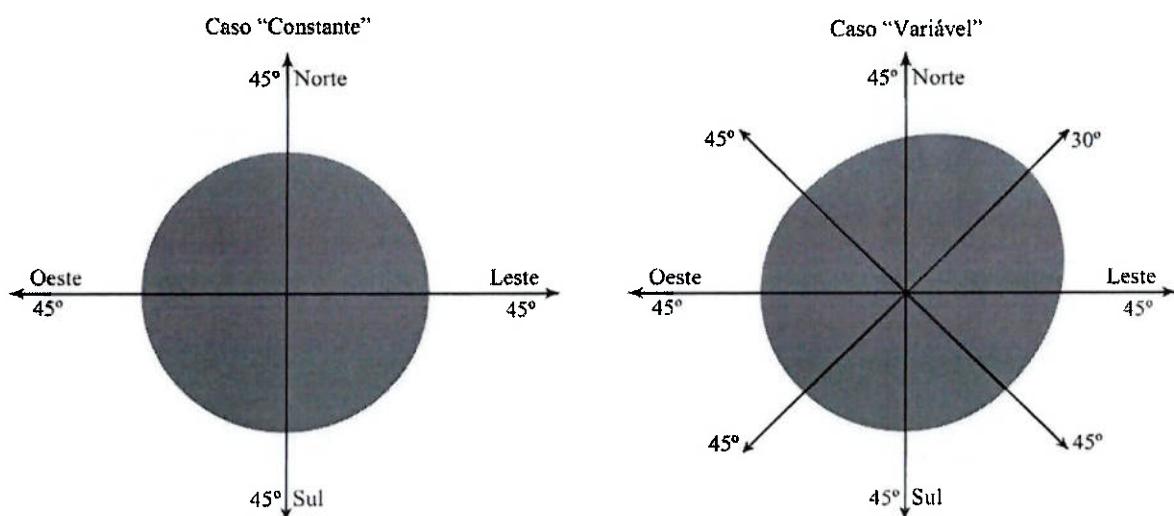
5 Estudo de Caso

O estudo de caso consistiu na realização da otimização de cava em dois cenários do mesmo depósito aurífero descrito na seção 3.7, em seguida os resultados foram comparados.

5.1 Parâmetros para a Otimização

Foram utilizados parâmetros aproximados para a otimização, nesse estudo de caso serão apresentados dois cenários, um chamado de “Constante” com ângulo constante a 45° em todas as direções e outro chamado de “Variável”, com ângulo igual a 30° na direção N45E. O ângulo de 30° do caso “Variável” foi definido pois nessa direção as paredes da cava teriam estabilidade prejudicada devido ao acamamento do depósito que possui mergulho de 27° para sudeste. Os ângulos utilizados nos dois casos estão esquematizados na Figura 18, assim como uma seção do cone da regra de precedência utilizada. O ângulo próximo ou menor ao do acamamento diminui consideravelmente os riscos de desabamento (KHALOKAKAIE, 1999). Os parâmetros geométricos das bancadas não são utilizados na otimização de cava, mas devem ser dimensionados de forma que o ângulo geral de talude seja o mesmo que o da cava ótima. Todos os parâmetros utilizados se encontram no apêndice A.

Figura 18. Representação dos ângulos de talude nos dois casos.



Fonte: Elaboração própria.

5.2 Resultados da Otimização

Foram realizadas duas otimizações, um para o cenário “Constante” e outra para o cenário “Variável”, os dados estão relacionados na tabela 1.

Tabela 1. Resultados das Otimizações.

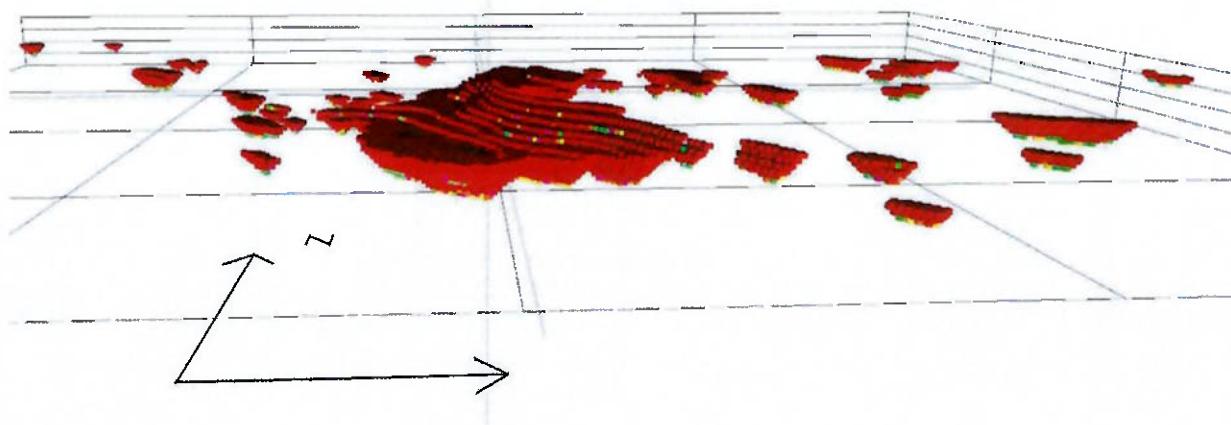
		Constante	Variável	Diferença Percentual
Toneladas Extraídas (Mt)	Minério Oxidado	2,62	1,40	-47%
	Minério Sulfetado	3,23	1,81	-44%
	Estéril	39,19	11,48	-71%
Relação Estéril-Minério		6,71	3,58	-47%
Toneladas Processadas (Mt)	Minério Oxidado	2,62	1,40	-47%
	Minério Sulfetado	3,23	1,81	-44%
Toneladas de Ouro Produzidas (t)	Minério Oxidado	2,40	1,30	-46%
	Minério Sulfetado	7,30	4,10	-44%
Custo de Processamento		R\$ 171.646.063,20	R\$ 95.025.240,40	-45%
Custo de Lavra		R\$ 817.974.832,10	R\$ 268.459.237,50	-67%
Custos Totais		R\$ 989.620.895,30	R\$ 363.484.478,00	-63%
Receita Total		R\$ 1.863.508.258,00	R\$ 1.034.830.601,00	-44%
Lucro Bruto		R\$ 856.726.305,00	R\$ 663.333.171,00	-23%

Fonte: Elaboração própria.

Como a utilização de um ângulo de talude mais baixo em uma das direções, as cavas do caso “Variável” não se aprofundaram tanto, as quantidades de minério extraídas foram reduzidas em torno de 45%, e as de estéril cerca de 71%. A otimização da cava “Variável” priorizou as partes superficiais do depósito para garantir lucro máximo, por isso o lucro caiu apenas 23% e a relação estéril-minério caiu 47%.

Na Figura 18 vemos uma ilustração das cavas originadas da otimização de cava “Constante”, os blocos vermelhos representam estéril e os coloridos minério.

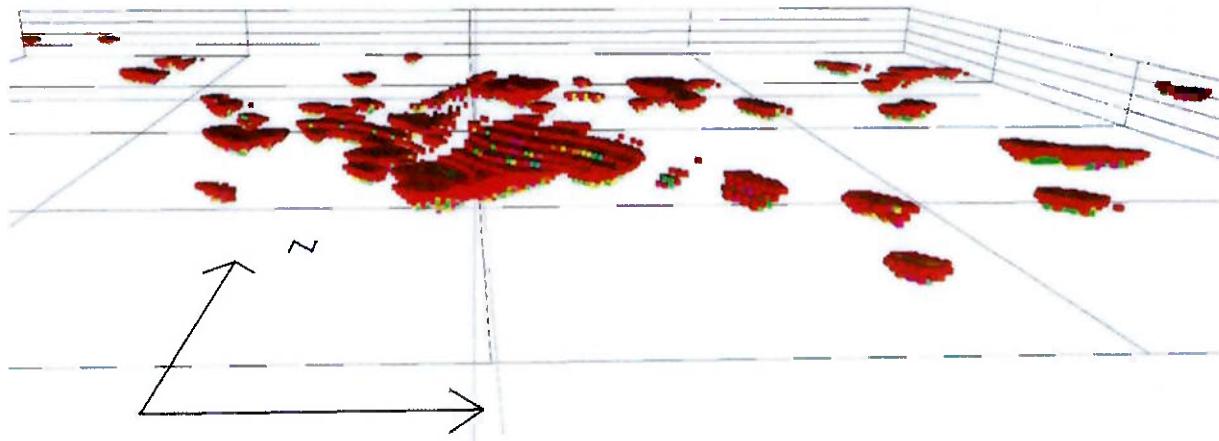
Figura 19. Representação 3D da otimização "Constante".



Fonte: Elaboração própria, no programa Geokrige.

A Figura 19 ilustra as cavas da otimização de cava “Variável”, é nítida a diferença de tamanho e é possível observar como na direção nordeste há um alongamento da cava devido ao menor ângulo de talude.

Figura 20. Representação 3D da otimização "Variável".

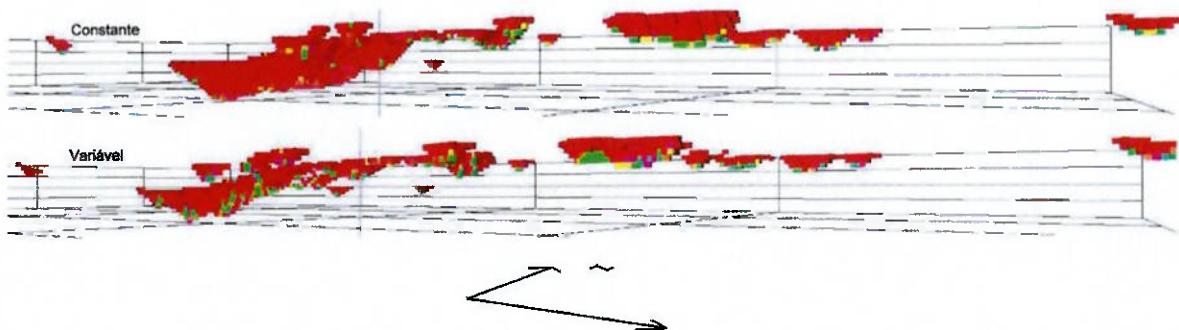


Fonte: Elaboração própria, no programa Geokrige.

Na Figura 20 temos uma comparação que permite ver a diferença de ângulos de talude no resultado, aproximadamente a nordeste a parede da cava possui inclinação

menor na otimização do caso “Variável”. Ainda na Figura 20 fica mais clara a diferença de profundidade atingida e a quantidade de estéril removida.

Figura 21. Comparação entre "Constante" e "Variável".



Fonte: Elaboração própria, no programa Geokrige.

5.3 Discussão dos Resultados

Como pôde ser visto pelos resultados apresentados na seção 5.4, apenas a alteração do ângulo de talude teve um impacto significativo nos resultados, cerca de 50% menos material removido e Ouro produzido, e redução de 23% no lucro bruto. Isso demonstra a importância da utilização de ângulos de talude estimados com grande certeza durante o projeto, para que durante a execução não ocorram desabamentos e escorregamento de blocos que façam com que o projeto tenha que ser modificado e que sejam adotados ângulos mais baixos.

Se for constatado durante a lavra apenas que deve ser utilizado um ângulo de talude menor em alguma direção, isso acarretará uma retirada maior de estéril para liberar a extração de uma mesma quantidade de minério. Ao adaptar o projeto a nova realidade, as reservas diminuiriam devido a mudança de ângulo e o fluxo de caixa seria afetado drasticamente pois a produção seria a metade da esperada, fazendo com que os investimentos não possuíssem o retorno esperado e podendo tornar o projeto inviável economicamente.

A otimização “Constante” realizada, pode fazer parte de um estudo exploratório de um projeto de mineração, mas apenas de forma qualitativa pois nessa fase não é possível quantificar reservas segundo o Guia da CBRR (2016) devido a falta de conhecimento preciso sobre o depósito e pouca certeza sobre os parâmetros utilizados (NOORT; ADAMS, 2006).

Considerando uma maior certeza nos parâmetros e que os ângulos de talude definidos para o caso “Variável” foram bem definidos a partir de um estudo geotécnico, essa otimização poderia ser utilizada em um estudo de pré-viabilidade para quantificar as reservas minerais (CBRR, 2016; NOORT; ADAMS, 2006).

6 Conclusões

A otimização de cava é uma ferramenta importante para o desenvolvimento de um projeto de mineração e para o planejamento de lavra, ela permite saber antes do início da operação as quantidades de material que serão retiradas, processadas e depositadas como estéril, assim como os custos associados e as receitas possíveis de serem atingidas. Essas informações provenientes da otimização são importantes para a realização de um planejamento financeiro, com fluxo de caixa e retorno estimado do investimento e para o planejamento de lavra da mina. Porém os resultados da otimização só possuem validade se os parâmetros utilizados surgirem de estimativas com adequado grau de certeza, ou podem retratar um cenário completamente diferente da realidade.

A otimização de cava contribui para um melhor uso dos investimentos e transformação de recursos em reservas, como na pequena mineração os recursos financeiros são escassos e os depósitos pequenos, a importância de realizá-la com parâmetros realistas é grande.

As diferenças entre os resultados das otimizações com ângulo constante e ângulos variáveis mostraram o quanto importante é não só a realização da otimização em uma pequena mineração como a utilização de parâmetros específicos em detrimento de parâmetros médios. A partir de parâmetros estimados com bom grau de certeza e definindo os ângulos de talude ideais para o depósito, a otimização se torna ferramenta fundamental para a viabilização do projeto, pois com os dados dela os investimentos serão dimensionados em concordância com a produção prevista com maior grau de certeza evitando riscos operacionais, problemas financeiros e fechamento prematuro.

Referências Bibliográficas

BANFIELD, A. F.; HARVARD, J. F. **Let's Define Our Terms in Mineral Valuation.** Nova Iorque, 1975.

CBRR. **Guia CBRR para Declaração de Resultados de Exploração, Recursos e Reservas Minerais.** 2016. Disponível em: <http://www.cbrr.org.br/docs/guia_declaracao.pdf>

GOODFELLOW, R. C.; DIMITRAKOPoulos, R. Global optimization of open pit mining complexes with uncertainty. **Applied Soft Computing Journal**, v. 40, p. 292–304, 2016.

HENDERSON, R.; TUREK, C. Mine planning best practice at kinross gold. **Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology**, v. 122, n. 2, p. 86–93, 2013.

HOCHBAUM, D. S. The Pseudoflow Algorithm: A New Algorithm for the Maximum-Flow Problem. **Operations Research**, v. 56, n. 4, p. 992–1009, 2008.

HISTRULID, W.; KUCHTA, M.; MARTIN, R. K. **Open Pit Mine: Planning and Design.** 3. ed. 2006.

IBRAM. Informação sobre a Economia Mineral Brasileira 2015. v. 0, n. 61, 2015.

KHALOKAKAIE, R. **Computer-Aided Optimal Open Pit Design With Variable Slope Angles by PhD**, v. Department, n. University of Leeds, p. 1–319, 1999.

LANE, K. F. Choosing the Optimum Cutoff Grade. In: **Colorado School of Mines Quarterly** 59. p. 811–829.

LERCHS, H.; GROSSMANN, I. F. Optimum design of open-pit mines. In: **Canadian Mining and Metallurgical Bulletin vol. LXVIII.** Montreal, Canada: p. 17–24.

LOBO, R. L. DE M. **Geologia e controle estrutural dos veios mineralizados em ouro dos depósitos cocal e ouro fino, grupos Paranoá e Serra da Mesa, norte de Goiás.** Universidade de Brasília, 2017.

MACKENZIE, W.; CUSWORTH, N. The use and abuse of feasibility studies. **Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series**, n. June, p. 65–76, 2007.

NERI, A. C.; SÁNCHEZ, L. E. **Guia de Boas Práticas de Recuperação Ambiental em Pedreiras e Minas de Calcário.** 1. ed. São Paulo: Associação Brasileira de Geologia de Engenharia e Ambiental, 2012.

NOORT, D. J.; ADAMS, C. Effective mining project management systems. **Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series**, n. October, p. 87–96, 2006.

Apêndice A-Parâmetros Utilizados na Otimização do Estudo de Caso

Parâmetros Econômicos:

- Custo de Extração de Minério: R\$ 20,00 por tonelada;
- Custo de Extração de Estéril: R\$ 18,00 por tonelada;
- Custo de Processamento do Minério Oxidado: R\$ 20,00 por tonelada;
- Custo de Processamento do Minério Sulfetado: R\$ 37,00 por tonelada;
- Preço de venda do Ouro: R\$ 6.000,00 por onça;
- Custo de Venda: R\$ 1,00 por onça.

Parâmetros de Lavra:

- Recuperação da Lavra: 90%;
- Diluição da Lavra: 5%;
- Densidade Constante atribuída ao Minério: 3 t/m³;
- Densidade Constante atribuída ao estéril: 2 t/m³.

Parâmetros da Usina:

- Recuperação Metalúrgica dos Processos: 95%;
- Teor do Produto: 100%.

Parâmetros Geométricos:

- Dimensões do Bloco: 10x10x10m;
- Ângulos de Talude:
 - Caso Constante:
 - 45°.
 - Caso Variável:
 - 30° na direção do azimute N45°;
 - 45° nas outras direções três direções definidas.
- Altura da Regra de Precedência:
 - 5 Bancadas = 50 metros.